

Algebra Boole'a

ZAGADNIENIA

- Definicja algebry Boole'a
- Prawa algebry Boole'a

Funkcja logiczna (tzw. boolowska) to matematyczny model opisu cyfrowego układu kombinacyjnego. Jest wyrażeniem złożonym ze zmiennych dwójkowych oraz określonych operacji logicznych. Dla zadanych wartości zmiennych funkcja boolowska może przyjmować wartości 0 lub 1.

Zmiennymi dwójkowymi i operacjami logicznymi zajmuje się **logika binarna**. Stosuje się ją do matematycznego opisu przetwarzania informacji dwójkowej. Jest szczególnie przydatna do analizy i projektowania systemów cyfrowych. Na przykład zachowanie układów logicznych wykonujących dwójkowe operacje arytmetyczne najwygodniej opisać za pomocą zmiennych dwójkowych i operacji logicznych, czyli funkcji boolowskich. Zmienne dwójkowe mogą przyjmować dwie różne wartości (0 lub 1) i są oznaczane literami A, B, C, x, y, z itd. Istnieją trzy podstawowe operacje logiczne: NIE (NOT), I (AND) oraz LUB (OR). Operacje te zapisuje się za pomocą symboli znanych z arytmetyki:

- negacja: \bar{A} (lub A'),
- iloczyn logiczny: $A \cdot B$ (lub AB),
- suma logiczna: $A + B$.

Prawa algebry Boole'a

Do podstawowych praw logicznych (twierdzeń) algebry Boole'a należą:

Twierdzenie 1: Prawo przemienności

1. $A + B = B + A$
2. $AB = BA$

Twierdzenie 2: Prawo łączności

3. $(A + B) + C = A + (B + C)$
4. $(AB)C = A(BC)$

Twierdzenie 3: Prawo rozdzielności

5. $A(B + C) = AB + AC$
6. $A + (BC) = (A + B)(A + C)$

Twierdzenie 4

7. $A + A = A$
8. $AA = A$

Twierdzenie 5

- 9. $AB + A\bar{B} = A$
- 10. $(A + B)(A + \bar{B}) = A$

Twierdzenie 6: Prawo absorpcji

- 11. $A + AB = A$
- 12. $A(A + B) = A$

Twierdzenie 7

- 13. $0 + A = A$
- 14. $0A = 0$

Twierdzenie 8

- 15. $1 + A = 1$
- 16. $1A = A$

Twierdzenie 9: Prawo pochłaniania

- 17. $\bar{A} + A = 1$
- 18. $\bar{A}A = 0$

Twierdzenie 10

- 19. $A + \bar{A}B = A + B$
- 20. $A(\bar{A} + B) = AB$

Twierdzenie 11: Prawo podwójnej negacji

- 21. $A = \bar{\bar{A}}$

Twierdzenie 12: Prawa De Morgana

- 22. $\overline{(A + B)} = \bar{A}\bar{B}$
- 23. $\overline{(\bar{A}B)} = \bar{A} + \bar{B}$

PRZYKŁAD 19.1

Poniżej podano przykład minimalizacji funkcji logicznej za pomocą praw algebry Boole'a.

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B = (A\bar{B} + \bar{A}\bar{B}) + \bar{A}B = \bar{B}(A + \bar{A}) + \bar{A}B = \bar{B} + \bar{A}B = \bar{B} + \bar{A} + \bar{B} = \bar{A} + \bar{B} = \overline{AB}$$

SPRAWDŹ SWOJE UMIEJĘTNOŚCI

1. Skorzystaj z poznanych praw algebry Boole'a i zminimalizuj podane funkcje logiczne.
 - a) $Y = A\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + B$
 - b) $Y = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + B$
 - c) $Y = \bar{A}\bar{B} + A + B$

SPRAWDŹ SWOJĄ WIEDZĘ

1. Na czym polega funkcja logiczna i jakie wartości może przyjmować?
2. Jakie są podstawowe funkcje algebry Boole'a?