

Zapis liczby dwójkowej ze znakiem oraz reprezentacja stało- i zmiennoprzecinkowa

ZAGADNIENIA

- Metody zapisu liczb dwójkowych (binarnych)
- Reprezentacja stało- i zmiennoprzecinkowa liczb binarnych

Do zapisania liczby dwójkowej ze znakiem jest potrzebny co najmniej jeden dodatkowy bit – bit znaku. Zapis taki powinno się przedstawiać na wielokrotnościach bajtu (na 8, 16, 32 bitach). Bit znaku należy oddzielić kropką od wartości liczby.

Metody zapisu mogą być następujące:

- Znak moduł – ZM.
- Znak uzupełnienie do 1 – ZU1 (U1).
- Znak uzupełnienie do 2 – ZU2 (U2).

Znak moduł – ZM

Obok najstarszego bitu liczby (pierwszy od lewej) dodaje się bit znaku. Wynosi on 0 dla liczby dodatniej i 1 dla liczby ujemnej. Pozostałe bity reprezentują wartość bezwzględną (moduł) liczby.

PRZYKŁAD 17.1

$$(12)_{10} = (1100)_2, \text{ ZM: } (+12)_{10} = (0.0001100)_2, \text{ ZM: } (-12)_{10} = (1.0001100)_2$$

Znak uzupełnienie do 1 – ZU1 (U1)

Występuje bit znaku. Gdy liczba jest ujemna, moduł zostaje uzupełniony do 1. Następuje odwrócenie wszystkich bitów liczby (zamiana zer na jedynek i jedynek na zera).

PRZYKŁAD 17.2

$$(12)_{10} = (1100)_2, \text{ U1: } (+12)_{10} = (0.0001100)_2, \text{ U1: } (-12)_{10} = (1.1110011)_2$$

Znak uzupełnienie do 2 – ZU2 (U2)

Występuje bit znaku. Gdy liczba jest ujemna, moduł zostaje uzupełniony do 2. Następuje uzupełnienie do 1, odwrócenie wszystkich bitów liczby i dodanie 1.

PRZYKŁAD 17.3

$$(12)_{10} = (1100)_2, \text{ U2: } (+12)_{10} = (0.0001100)_2, \text{ U2: } (-12)_{10} = (1.1110100)_2$$

Zapis liczby dwójkowej ze znakiem oraz reprezentacja stało- i zmiennoprzecinkowa

Jest to najczęściej stosowany sposób zapisu, ponieważ dodawanie i odejmowanie wykonuje się w tym zapisie identycznie jak przy liczbach binarnych bez znaku (bit znaku jest traktowany jako bit liczby).

SPRAWDŹ SWOJE UMIEJĘTNOŚCI

Uzupełnij w zeszycie poniższą tabelę. Liczby dwójkowe zapisz jako 8-bitowe (1 bit znaku, 7 bitów liczby) w systemach: ZM (znak moduł), ZU1 (znak uzupełnienie do 1) oraz ZU2 (znak uzupełnienie do 2).

Liczba w systemie dziesiętnym	Liczba w systemie ZM	Liczba w systemie ZU1	Liczba w systemie ZU2
$(34)_{10}$			
$(45)_{10}$			
$(73)_{10}$			
$(85)_{10}$			

Reprezentacja stałopozycyjna

W reprezentacji stałopozycyjnej (zwanej również stałoprzecinkową) mamy najczęściej do czynienia z reprezentacją w zapisie uzupełnieniowym (np. U2). Część najmłodszych bitów (czyli od prawej strony) jest przy tym przeznaczona na część ułamkową.

Na przykład w przypadku słowa 32-bitowego można wydzielić:

- 24 bity na część całkowitą i 8 bitów na część ułamkową;
- po 16 bitów na część całkowitą i ułamkową;
- 30 bitów na część całkowitą i pozostałe 2 bity na część ułamkową.

W przypadku liczby 8-bitowej z 4 bitami przeznaczonymi na część całkowitą przykładowa liczba może być następująca:

$$bbbb,bbbb - (0110,0010)_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 1/2^3 = 2 + 4 + 1/8 = (6,125)_{10}.$$

Dokładność wyników takiego przeliczenia jest stała i wynosi 1/16 (zdolność reprezentacji najmniejszej liczby określona przez najmłodszy bit).

Reprezentacja stałopozycyjna jest więc uporządkowanym ciągiem liczb (zer i jedynek), z których każdej została przypisana jakaś waga. Wagi kolejnych pozycji, od najmłodszej do najstarszej, stanowią dwukrotność wartości poprzedniej. Jeśli waga najmłodszego bitu jest ułamkiem (1/2, 1/4, 1/8, 1/16 itd.), występuje reprezentacja stałopozycyjna.

Zapis stałopozycyjny stosowano powszechnie, gdy jednostka zmiennopozycyjna procesora była nie dość wydajna, a jednocześnie nie była wymagana duża dokładność obliczeń.

Konwersja liczby dziesiętnej na stałopozycyjną dwójkową

Zamiana liczby dziesiętnej na stałoprzecinkową dwójkową odbywa się następująco. Liczbę dzielimy na część całkowitą i ułamkową. Część całkowitą przeliczamy na system dwójkowy w sposób podany w podrozdziale dotyczącym systemu dwójkowego (binarnego). Kolejne bity części ułamkowej otrzymujemy poprzez mnożenie ich przez 2 – otrzymana część całkowita iloczynu jest kolejną cyfrą dwójkową. Do następnych obliczeń bierzemy część ułamkową wyniku. Mnożenie kontynuujemy, aż otrzymamy wynik 0 lub wyznaczoną dokładność ułamkowych cyfr dwójkowych.

Zapis liczby dwójkowej ze znakiem oraz reprezentacja stało- i zmiennoprzecinkowa

PRZYKŁAD 17.5

Zamiana liczby $(345,92)_{10}$. Mantysa o długości 3 bitów.
Zadany jest przedział $\langle 1, 10 \rangle$. Mantysa nie należy do tego przedziału, zatem należy przesunąć przecinek w lewo i jednocześnie zwiększać wykładnik:

$$(345,92)_{10} = (345,92 \cdot 10^0)_w = (34,592 \cdot 10^1)_w = (3,4592 \cdot 10^2)_w.$$

Czyli:

$$M = 3,4592, B = 10, E = 2.$$

Po dokonaniu ucięcia: $(3,45 \cdot 10^2)_{10}$, po zaokrągleniu: $(3,46 \cdot 10^2)_{10}$.

Od 1985 roku istnieje standard opisu liczb zmiennoprzecinkowych IEEE 754. Standard ten przewiduje istnienie liczb zmiennoprzecinkowych, reprezentowanych przez dwa formaty:

- Format pojedynczej precyzji – 32 bity (1 bit znaku, 8 bitów wykładnika, 23 bity mantysy).
- Format podwójnej precyzji – 64 bity (1 bit znaku, 11 bitów wykładnika, 52 bity mantysy).

Oprócz formatu danych standard IEEE 754 określa także pewne zasady wykonywania obliczeń arytmetycznych.

SPRAWDŹ SWOJĄ WIEDZĘ

1. Jakie znamy sposoby zapisu liczby binarnej ze znakiem?
2. Czym różni się reprezentacja stałopozycyjna od zmiennopozycyjnej?
3. Jak wykonujemy konwersję liczby dziesiętnej na stałopozycyjną?
4. Jak wykonujemy konwersję liczby dziesiętnej na zmiennopozycyjną?